令和５年度　前期日程
入学者選抜学力検査問題

環境・情報科学科
数　学

〔注　意〕

1　机上に受験票を提示しておくこと。

2　監督者の指示があるまで，この問題冊子を開いてはいけない。

3　解答は必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。

4　すべての解答用紙に受験番号・氏名を必ず記入すること。受験番号・氏名が記載されていない答案は無効となる場合がある。

5　この冊子の問題は４ページからなっている。

6　解答用紙は４枚ある。

7　下書き用紙は４枚ある。

8　この問題冊子のうち，落丁・乱丁，印刷不鮮明な箇所があれば，手をあげて申し出ること。

9　試験時間中の退室は認めない。

10　解答用紙は持ち帰ってはいけない。

11　問題冊子と下書き用紙は，持ち帰ること。

令和５年度 前期日程 入学者選抜学力検査問題

環境・情報科学科 数学 正誤表

$\boxed{1}$ ４行目

（誤）(1) a と b の公約数は c の約数であることを示せ.

（正）(1) a と b の正の公約数は c の約数であることを示せ.

$\boxed{3}$ ２行目、３行目

（誤）直線 BN が平面 OAC と交わる点を P とする．O から平面 ABC に下ろした垂線と平面 ABC との交点を Q とする.

（正）直線 BN が 3 点 O, A, C で定める平面 OAC と交わる点を P とする．O から 3 点 A, B, C で定める平面 ABC に下ろした垂線と平面 ABC との交点を Q とする.

以上

$\boxed{1}$　a, b, c を $a > b > c$ を満たす自然数とする．a と b の最大公約数と最小公倍数の和は c で割り切れ，b と c の最大公約数と最小公倍数の和は a で割り切れ，c と a の最大公約数と最小公倍数の和は b で割り切れるとする．$d = \dfrac{a}{c}$ とする．以下の問いに答えよ．

(1) a と b の公約数は c の約数であることを示せ．

(2) a と b が，b と c が，c と a がそれぞれ互いに素であるとき，$1 + ab + bc + ca \geqq abc$ であることを示せ．

(3) d のとりうる最大の値を求めよ．

(配点 100 点)

2 3つの数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$，$\{c_n\}$ は

$$\tan a_n = \frac{n^2+3n-2}{n^2+3n+4} \quad (n=1,2,3,\cdots)$$

$$\tan b_n = \frac{3}{n^2+3n+1} \quad (n=1,2,3,\cdots)$$

$$\tan c_n = n \quad (n=1,2,3,\cdots)$$

を満たす．さらに，$0<a_n<\dfrac{\pi}{2}$ $(n=1,2,3,\cdots)$，$0<b_n<\dfrac{\pi}{2}$ $(n=1,2,3,\cdots)$，$0<c_n<\dfrac{\pi}{2}$ $(n=1,2,3,\cdots)$ とする．以下の問いに答えよ．

(1) a_1+b_1 の値を求めよ．

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(a_k+b_k)$ を n を用いて表せ．

(3) 極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}(c_{k+3}-c_k)$ を求めよ．

(4) 極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(n\pi-4\sum_{k=1}^{n}a_k\right)$ を求めよ．

(配点 100 点)

$\boxed{3}$ 座標空間内において，原点 O を中心とする半径 1 の球面上に異なる 3 点 A, B, C がある．線分 BC を 3:4 に内分する点を L，線分 AL の中点を M，線分 OM の中点を N とする．直線 BN が平面 OAC と交わる点を P とする．O から平面 ABC に下ろした垂線と平面 ABC との交点を Q とする．ただし，O は平面 ABC 上にないものとする．さらに，

$$5\overrightarrow{QA}+4\overrightarrow{QB}+3\overrightarrow{QC}=\vec{0}$$

が成り立つとき，以下の問いに答えよ．

(1) $\overrightarrow{OP}$ を $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OC}$ を用いて表せ．

(2) $\triangle$ABC と $\triangle$QBC の面積の比を求めよ．

(3) $\angle$BAC の大きさを求めよ．

(4) 4 面体 OABC の体積がとりうる最大値を求めよ．

(配点 100 点)

$\boxed{4}$ 座標平面上に，媒介変数 t を用いて

$$x = e^t \cos t,\ \ y = e^t \sin t\ \ (0 \leqq t \leqq \pi)$$

と表される曲線 C がある．C と x 軸で囲まれた部分を S とする．以下の問いに答えよ．

(1) C 上の点で x 座標が最大になる点 P と y 座標が最大になる点 Q の座標を求めよ．

(2) C と y 軸の交点 R における C の接線の方程式を求めよ．

(3) S の面積を求めよ．

(配点 100 点)